

**BACHELOR'S DEGREE PROGRAMME (BDP)**

**Term-End Examination**

02199

**June, 2014**

**BECE-015 : ELEMENTARY MATHEMATICAL  
METHODS IN ECONOMICS**

*Time : 3 hours*

*Maximum Marks : 100*

---

*Note : Answer the questions as per the instructions given  
in each section.*

---

---

**SECTION A**

*Answer any two questions from this section.*

*2×20=40*

1. Maximise

$$\int_0^T -(t^2 + u^2) dt$$

subject to  $\frac{dy}{dt} = u$  and  $y(0) = 4, y(T) = 5.$

Here  $y$  is a state variable.

2. Consider the following market model :

$$Q_{dt} = \alpha - \beta P_t \quad (\alpha, \beta > 0)$$

$$Q_{st} = -\gamma + \delta P_t \quad (\gamma, \delta > 0)$$

$$P_{t+1} = P_t - \sigma (Q_{st} - Q_{dt}) \quad (\sigma > 0)$$

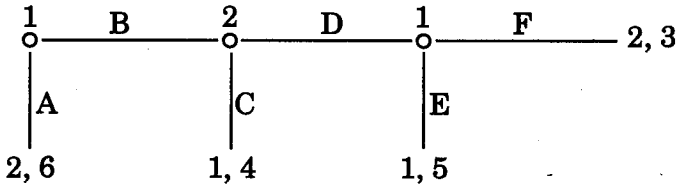
Here  $\sigma$  denotes the stock-induced price-adjustment coefficient. Describe the time path of the price variable.

3. Consider a situation where a factory shuts down and 1200 people become unemployed and now begin a job search. Here we have two states : employed and unemployed, with an initial vector  $[E, U] = [0, 1200]$ . Suppose in any given period an unemployed person will find a job with probability 0.7. Also, persons who find themselves employed in any given period may lose their job with probability of 0.1.
- (i) Set up the Markov transition matrix for this problem.
  - (ii) What will be the number of unemployed persons after 3 periods and after 5 periods ?
  - (iii) What is the steady-state level of unemployment ?
4. Explain, with derivations, Roy's identity and Shephard's lemma.

## SECTION B

Answer any **three** questions from this section.  $3 \times 12 = 36$

5. A consumer has a utility function  $u = (x \cdot y)$  where  $x$  and  $y$  are the goods consumed. The prices of the goods are  $p_x$  and  $p_y$  respectively and the consumer's income is  $M$ . Furthermore, the consumer has an allotment of coupons, denoted by  $C$ , which can be used to purchase either  $x$  or  $y$  at a coupon price of  $C_x$  and  $C_y$ . Set up the Lagrangian for this problem and write the Kuhn - Tucker conditions.
6. Solve the following game using backward induction :



(A, B, C, D, E, F are the moves and 1 and 2 are the players)

7. Discuss the method of dynamic programming as a technique to solve dynamic optimisation problems.
8. Construct the average and marginal product functions for  $x_1$  which correspond to the production function  $q = x_1 x_2 - 0.2 x_1^2 - 0.8 x_2^2$ . Let  $x_2 = 10$ . At what respective values of  $x_1$  will the average product and marginal product of  $x_1$  equal zero ?
9. Given the Cobb - Douglas production function  $Q = A K^\alpha L^\beta$ , show that  $\alpha$  and  $\beta$  are the partial elasticities of output with respect to the capital and labour inputs.

## SECTION C

Answer any **three** questions from this section.

3×8=24

10. Let output  $Q$  be a function of three inputs  $L$ ,  $K$ ,  $N$  and the production function be  $Q = A K^a L^b N^c$ .
- (a) Is this function homogeneous? If so, of what degree?
- (b) Find the share of product for input  $N$ , if it is paid by the amount of its marginal product.
11. (a) Given the marginal revenue function  $R'(q) = 28q - e^{0.3q}$ . Find the total revenue function.
- (b) Assume that the rate of investment is described by the function  $I(t) = 12t^{1/3}$  and that  $K(0) = 25$ . Find the time path of capital stock  $K$ .
12. Find the inverse of the matrix  $\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ .
13. Use the Lagrange multiplier method to find the stationary values of  $z$  in the following :
- (a)  $z = xy$ , subject to  $x + 2y = 2$
- (b)  $z = 7 - y + x^2$ , subject to  $x + y = 0$
-

स्नातक उपाधि कार्यक्रम (बी.डी.पी.)

सत्रांत परीक्षा

जून, 2014

बी.ई.सी.ई.-015 : अर्थशास्त्र की प्रारंभिक गणितीय विधियाँ

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 100

नोट : प्रत्येक खण्ड से दिए गए निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

खण्ड अ

इस खण्ड से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

2×20=40

1. अधिकतम कीजिए

$$\int_0^T -(t^2 + u^2) dt$$

संरोधाधीन :  $\frac{dy}{dt} = u$  और  $y(0) = 4$ ,  $y(T) = 5$ .

यहाँ  $y$  द्वारा अवस्थिक चर निर्दिष्ट है ।

2. निम्नलिखित बाज़ार प्रतिमान पर विचार कीजिए :

$$Q_{dt} = \alpha - \beta P_t \quad (\alpha, \beta > 0)$$

$$Q_{st} = -\gamma + \delta P_t \quad (\gamma, \delta > 0)$$

$$P_{t+1} = P_t - \sigma (Q_{st} - Q_{dt}) \quad (\sigma > 0)$$

यहाँ  $\sigma$  स्टॉक-प्रेरित कीमत-समंजन गुणांक है। कीमत चर का काल पथ का वर्णन कीजिए।

3. इस अवस्था पर गौर कीजिए : यदि एक फैक्टरी बंद होती है तो 1200 मज़दूर बेरोजगार हो जाएँगे और वे नया रोजगार तलाशने को विवश होंगे। अतः दो अवस्थाएँ हैं : रोजगार सहित और बेरोजगार – इनका प्रारंभिक सदिश है  $[E, U] = [0, 1200]$ । मान लीजिए कि किसी अवधि में बेरोजगार व्यक्तियों के रोजगार पा सकने की प्रायिकता 0.7 है और किसी भी रोजगार सहित व्यक्ति के रोजगार खो देने की प्रायिकता 0.1 है।

- (i) इस समस्या के लिए मार्कोव संक्रमण आव्यूह बनाइए।
- (ii) 3 अवधियों बाद कितने व्यक्ति बेरोजगार बचेंगे तथा 5 अवधियों बाद क्या स्थिति होगी ?
- (iii) बेरोजगारी का स्थायी-अवस्था स्तर क्या होगा ?

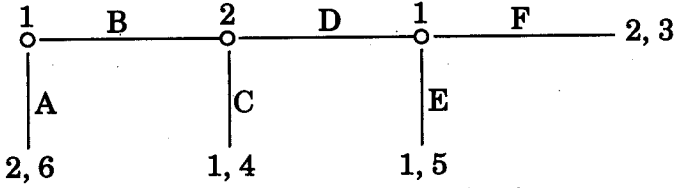
4. व्युत्पत्ति सहित रॉय की समिका (तत्समक) और शेफर्ड की प्रमेयिका की व्याख्या कीजिए।

खण्ड ब

इस खण्ड से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

3×12=36

5. एक उपभोक्ता का उपयोगिता फलन  $u = (x \cdot y)$  है - यहाँ  $x$  और  $y$  दो वस्तुओं की उपभुक्त मात्राएँ हैं । वस्तुओं की कीमतें क्रमशः  $p_x$  और  $p_y$  तथा उपभोक्ता की आय  $M$  है । साथ ही उपभोक्ता को  $C$  संख्या में कूपन सुलभ हैं - वह इनसे  $C_x$  तथा  $C_y$  कूपन कीमतों पर  $x$  अथवा  $y$  खरीद सकता है । इस समस्या के लिए लग्रांज पद निर्धारित कीजिए और कून - टक्कर शर्तें भी लिखिए ।
6. निम्नलिखित द्यूत को पश्चगामी प्ररोचन (आगमन) विधि द्वारा हल कीजिए :



(यहाँ A, B, C, D, E और F द्वारा चालों और 1, 2 द्वारा खिलाड़ी दर्शाए गए हैं)

7. गत्यात्मक प्रोग्रामन विधि की गत्यात्मक अभीष्टीकरण (इष्टतमीकरण) की समस्याओं के समाधान की तकनीक के रूप में चर्चा कीजिए ।
8. इस उत्पादन फलन के लिए  $x_1$  के औसत और सीमांत उत्पाद फलनों की रचना कीजिए :  
 $q = x_1 x_2 - 0.2 x_1^2 - 0.8 x_2^2$ . मान लीजिए  $x_2 = 10$ .  
 $x_1$  के किन मानों पर इसके औसत उत्पाद और सीमांत उत्पाद शून्य होंगे ?
9. सिद्ध कीजिए कि कॉब - डग्लस उत्पादन फलन  $Q = A K^\alpha L^\beta$  में  $\alpha$  और  $\beta$  क्रमशः पूँजी और श्रम निवेश के प्रति उत्पादन की आंशिक लोचशीलताएँ दर्शाते हैं ।

### खण्ड स

इस खण्ड से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

3×8=24

10. मान लीजिए उत्पाद  $Q$  तीन आदानों का फलन है । ये आदान  $L$ ,  $K$  और  $N$  हैं तथा उत्पादन फलन है :

$$Q = A K^a L^b N^c$$

- (क) क्या यह फलन समघातीय है ? यदि हाँ, तो उसकी कोटि क्या है ?
- (ख) यदि आदान  $N$  को इसके सीमांत उत्पाद के समान प्रतिफल दिया जाए तो उत्पाद में इसका भाग कितना होगा ?
11. (क) सीमांत आगम फलन है :

$$R'(q) = 28q - e^{0.3q}$$

इसका कुल आगम फलन ज्ञात कीजिए ।

- (ख) मान लीजिए कि निवेश दर इस फलन द्वारा निर्दिष्ट है :

$$I(t) = 12t^{1/3} \text{ और } K(0) = 25 \text{ । पूँजी भंडार } K \text{ का काल पथ ज्ञात कीजिए ।}$$

12. इस आव्यूह का विलोम ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

13. निम्नलिखित में  $z$  के स्थिरतापूर्ण मान ज्ञात करने के लिए लग्रांज गुणक विधि का प्रयोग कीजिए :

(क)  $z = xy$ , संरोधाधीन :  $x + 2y = 2$

(ख)  $z = 7 - y + x^2$ , संरोधाधीन :  $x + y = 0$